



# INF 1771 – Inteligência Artificial

## Aula 08 – Lógica de Primeira Ordem



Prof. Augusto Baffa  
<[abaffa@inf.puc-rio.br](mailto:abaffa@inf.puc-rio.br)>



# Agente Baseado em Conhecimento

- O componente central de um agente baseado em conhecimento é sua **base de conhecimento**.
- A base de conhecimento é formada por um conjunto de **sentenças** expressadas através de uma **linguagem lógica** de representação de conhecimento.
- Deve ser possível adicionar novas sentenças à base e consultar o que se conhece. Ambas as tarefas podem envolver **inferência** (derivação de novas sentenças a partir de sentenças antigas).

# Limitações da Lógica Proposicional

- Muito simples para representar o conhecimento de ambientes complexos de uma forma concisa.
- Falta de capacidade de expressão para descrever um ambiente com muitos objetos.
  - **Exemplo em linguagem natural:**
    - “quadrados adjacentes a poços possuem brisa”
  - **Em lógica proposicional:**
    - $B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$  - (Seria necessário declarar todas as salas!)

# Linguagem Natural

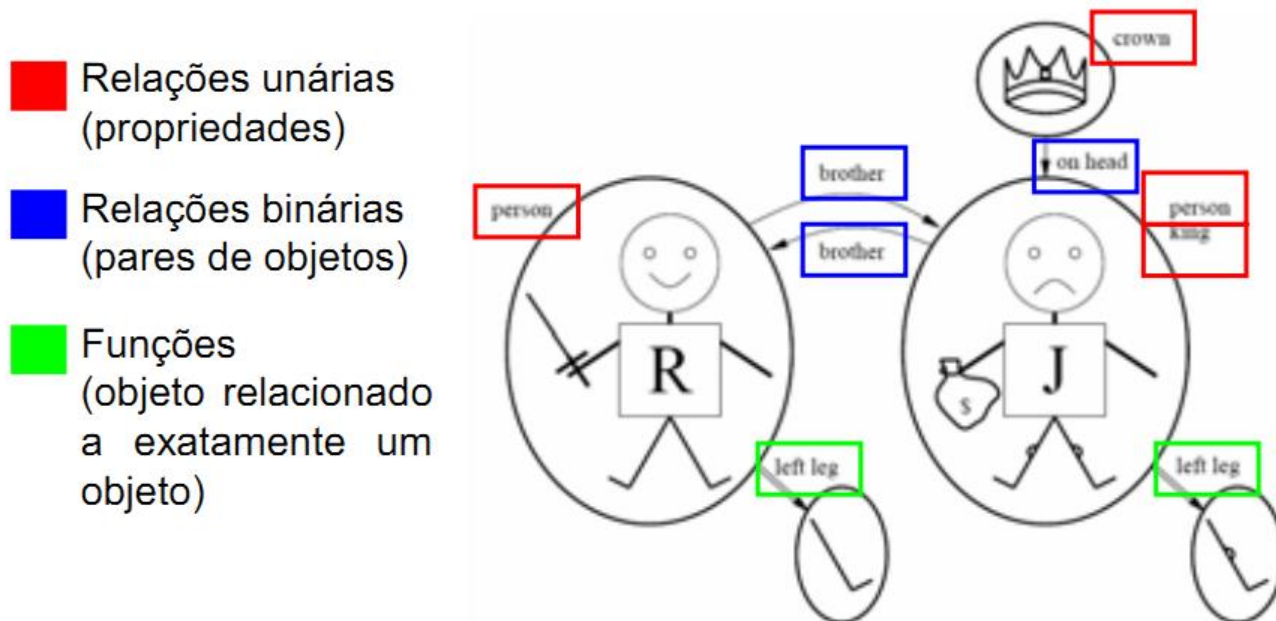
- **Objetos:** pessoas, casas, números, cores, jogos, séculos...
- **Relações:**
  - **Unárias:** propriedades de um objeto.
    - Exemplo: vermelho, redondo, falso
  - **n-árias:** relacionam grupos de objetos.
    - Exemplo: irmão de, maior que, interior a, parte de...
  - **Funções:** um objeto está relacionado a exatamente um objeto.
    - Exemplo: pai de, melhor amigo de, terceiro turno de, uma unidade maior que...
- Linguagem da **lógica de primeira ordem** é elaborada em torno de objetos e relações.

# Lógica de Primeira Ordem

- Principal **diferença** entre lógica proposicional e a lógica de primeira ordem é o **compromisso ontológico**, ou seja, o que cada linguagem pressupõe sobre a natureza da realidade:
  - **Lógica Proposicional:** pressupõe que existem fatos que são válidos ou não-válidos no mundo.
  - **Lógica de Primeira Ordem:** pressupõe que o mundo consiste em objetos com certas relações entre eles que são válidas ou não-válidas.

# Modelo em Lógica de Primeira Ordem

- Exemplo: Ricardo Coração de Leão, rei da Inglaterra de 1189 a 1199 e seu irmão mais jovem, o perverso rei João, que governou de 1199 a 1215:



# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Símbolos** - Começam com letras maiúsculas e podem ser de três tipos:
  - **Símbolos de constantes:** Representam objetos.  
Exemplo: Ricardo e João
  - **Símbolos de predicados:** Representam relações.  
Exemplo: Irmão, NaCabeça, Pessoa
  - **Símbolos de funções:** Representam funções.  
Exemplo: PernaEsquerda

# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Interpretação** - Especifica quais objetos, relações e funções são referidos pelos símbolos de constantes, predicados e funções:
- Interpretação pretendida:
  - Ricardo se refere a “Ricardo Coração de Leão”
  - João se refere ao “perverso rei João”
  - Irmão se refere à “relação de fraternidade”
  - NaCabeça se refere à relação “na cabeça” que é válida entre a coroa e o rei João
  - Pessoa, Rei e Coroa se referem aos conjuntos de objetos que são pessoas, reis e coroas
  - PernaEsquerda se refere à função “perna esquerda”.



# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Sentenças atômicas** são formadas a partir de um símbolo de predicado seguido por uma lista de termos entre parênteses.  
Exemplos:
  - Irmão(Ricardo, João)
  - Casado(Pai(Ricardo), Mãe(João))
- Uma sentença atômica é verdadeira em um modelo, sob uma dada interpretação, se a relação referida pelo símbolo de predicado é válida entre os objetos referidos pelos argumentos.

# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Sentenças complexas** podem ser formadas pelo uso de conectivos lógicos, da mesma maneira que na lógica proposicional.
- Exemplos:
  - $\neg \text{Irmão}(\text{PernaEsquerda}(\text{Ricardo}), \text{João})$
  - $\text{Irmão}(\text{Ricardo}, \text{João}) \wedge \text{Irmão}(\text{João}, \text{Ricardo})$
  - $\text{Rei}(\text{Ricardo}) \vee \text{Rei}(\text{João})$
  - $\neg \text{Rei}(\text{Ricardo}) \Rightarrow \text{Rei}(\text{João})$

# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Quantificadores** ( $\forall$ ,  $\exists$ ) são utilizados para expressar propriedades de coleções inteiras de objetos.
- **Quantificador Universal ( $\forall$ ):** “Para todo...”  $\forall x P$ , onde  $P$  é qualquer expressão lógica, afirma que  $P$  é verdadeira para todo objeto  $x$ .

Exemplo:

$$\forall x \text{ Rei}(x) \Rightarrow \text{Pessoa}(x)$$

- **Quantificador Existencial ( $\exists$ ):** “Para algum...”  $\exists x P$  afirma que  $P$  é verdadeira para pelo menos um  $x$ .

Exemplo:

$$\exists x \text{ Rei}(x)$$

# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Quantificadores aninhados** são usados em sentenças complexas compostas.
- Exemplos:
  - $\forall x \forall y \text{ Irmão}(x,y) \Rightarrow \text{Parente}(x,y)$ 
    - “Irmãos são parentes”
  - $\forall x,y \text{ Parente}(x,y) \Leftrightarrow \text{Parente}(y,x)$ 
    - “Parente é uma relação simétrica”
  - $\forall x \exists y \text{ Ama}(x,y)$ 
    - “Todo mundo ama alguém”
  - $\exists y \forall x \text{ Ama}(x,y)$ 
    - “Existe alguém que é amado por todo mundo”

# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- Os quantificadores ( $\forall$ ,  $\exists$ ) estão **conectados** um ao outro por meio de negação.
- Exemplos:
  - $\forall x \neg \text{Gosta}(x, \text{Cenouras}) \equiv \neg \exists x \text{Gosta}(x, \text{Cenouras})$   
“todo mundo detesta cenouras”  $\equiv$  “não existe alguém que goste de cenouras”
  - $\forall x \text{Gosta}(x, \text{Sorvete}) \equiv \neg \exists x \neg \text{Gosta}(x, \text{Sorvete})$   
“todo mundo gosta de sorvete”  $\equiv$  “não existe alguém que não goste de sorvete”

# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

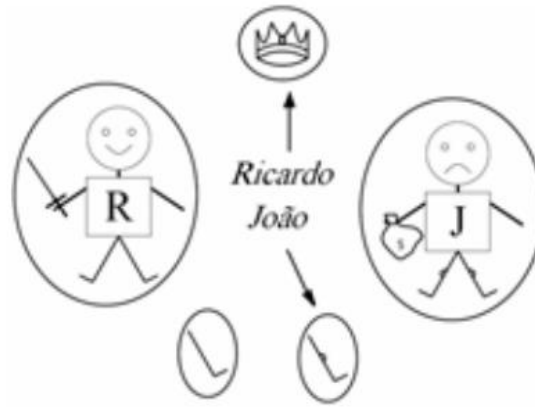
- Em lógica de primeira ordem pode-se usar o símbolo de **igualdade** para fazer declarações afirmando que dois termos se referem ao mesmo objeto.
- Exemplo:
  - $\text{Pai}(\text{João}) = \text{Henrique}$

# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Sentença** → SentençaAtômica  
| (Sentença Conectivo Sentença)  
| Quantificador Variável, ...Sentença  
| ¬Sentença
- **SentençaAtômica** → Predicado(Termo,...) | Termo=Termo
- **Termo** → Função (Termo,...)  
| Constante  
| Variável
- **Conectivo** →  $\Rightarrow$  |  $\wedge$  |  $\vee$  |  $\Rightarrow$  |  $\Leftrightarrow$
- **Quantificador** →  $\forall$  |  $\exists$
- **Constante** → A | X1 | João | ...
- **Variável** → a | x | s | ...
- **Predicado** → Antes | TemCor | Chovendo | ...
- **Função** → Mãe | PernaEsquerda | ...

# Semântica da Lógica de Primeira Ordem

- Se existem 5 objetos, existem 25 interpretações para os símbolos Ricardo e João.



- Número de modelos pode ser ilimitado (pode incluir, por exemplo os números reais). Logo, o número de modelos possível é ilimitado.
- **Verificar consequência lógica pela enumeração de todos os modelos não é uma opção.**



# Exemplo - Parentesco

- **Objetivo:**  
Determinar o parentesco de grupos de pessoas.
- **Fatos:**  
“Elizabeth é a mãe de Charles”, “Charles é o pai de William”
- **Regras:**  
“a avó de uma pessoa é a mãe do pai de uma pessoa”
- **Objetos:**  
Pessoas
- **Predicados unários:**  
Masculino e Feminino
- **Predicados (relações de parentesco):**  
Ancestral, Parente, Irmão, ...
- **Funções:**  
Mãe e Pai (cada pessoa tem apenas um de cada)

# Exemplo - Parentesco

- A mãe de alguém é o ancestral feminino de alguém
  - $\forall_{m,c}$  Mãe(c)=m  $\Leftrightarrow$  Feminino(m)  $\wedge$  Ancestral(m,c)
- O marido de alguém é o cônjuge masculino de alguém
  - $\forall_{w,h}$  Marido(h,w)  $\Leftrightarrow$  Masculino(h)  $\wedge$  Cônjuge(h,w)
- Masculino e feminino são categorias disjuntas
  - $\forall_x$  Masculino(x)  $\Leftrightarrow$   $\neg$ Feminino(x)

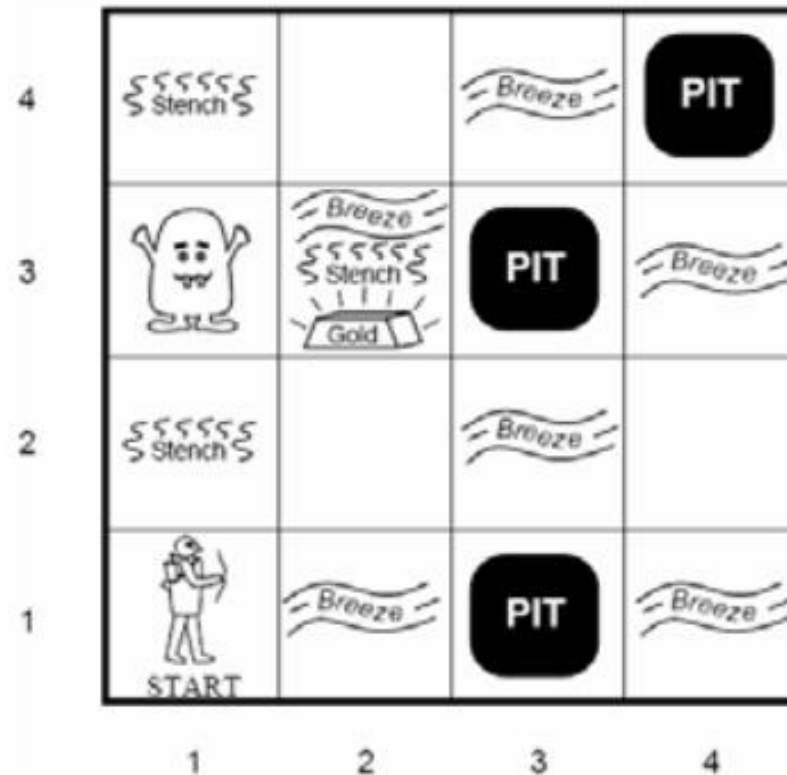
# Exemplo - Parentesco

- Ancestral e descendente são relações inversas
  - $\forall_{p,c} \text{Ancestral}(p,c) \Leftrightarrow \text{Descendente}(c,p)$
- Avô é um pai do pai de alguém
  - $\forall_{g,c} \text{Avô}(g,c) \Leftrightarrow \exists_p \text{Pai}(g,p) \wedge \text{Pai}(p,c)$
- Um parente é outro descendente dos ancestrais de alguém
  - $\forall_{x,y} \text{Parente}(x,y) \Leftrightarrow x \neq y \wedge \exists_p \text{Ancestral}(p,x) \wedge \text{Ancestral}(p,y)$

# Exemplo - Wumpus

- **Estrutura da Base de Conhecimento:**
  - São armazenadas as sentenças representando as percepções do agente e a hora em que elas ocorreram.
  - Fedor, Brisa e Resplendor são constantes inseridas em uma lista.
    - Exemplo: Percepção ([Fedor, Brisa, Resplendor, Nenhum, Nenhum], 5)
  - Ações:
    - Virar(Direita), Virar(Esquerda), Avançar, Atirar, Agarrar, Soltar.
- **Consultas:**
  - $\exists x$  MelhorAção(x,5)
  - ASK deve retornar uma lista de vinculação como {a/Agarrar}

# Exemplo - O Mundo de Wumpus



# Exemplo - Wumpus

- Os dados brutos da percepção implicam certos fatos sobre o estado atual.

Exemplos:

- $\forall_{t,s,g,m,c} \text{Percepção}([s,\text{Brisa},g,m,c],t) \Rightarrow \text{Brisa}(t)$
- $\forall_{t,s,b,m,c} \text{Percepção}([s,b,\text{Resplendor},m,c],t) \Rightarrow \text{Resplendor}(t)$

- Comportamentos simples podem ser implementados por sentenças de implicação quantificadas.

Exemplo:

- $\forall_t \text{Resplendor}(t) \Rightarrow \text{MelhorAção}(\text{Agarrar},t)$

# Exemplo - Wumpus

- Adjacência de dois quadrados:
  - $\forall_{x,y,a,b}$  Adjacente( $[x,y],[a,b]$ )  $\Leftrightarrow [a,b] \in \{[x+1,y], [x-1,y], [x,y+1], [x,y-1]\}$
- Se o agente estiver em um quadrado e perceber uma brisa, então esse quadrado é arejado:
  - $\forall_{s,t}$  Em(Agente,s,t)  $\wedge$  Brisa(t)  $\Rightarrow$  Arejado(s)

# Exemplo - Wumpus

- **Regras de diagnóstico:** algumas causas ocultas do ambiente conduzem a novas percepções.
  - $\forall_s \text{Arejado}(s) \Rightarrow \exists_r \text{Adjacente}(r,s) \wedge \text{Poço}(r)$
  - $\forall_s \neg \text{Arejado}(s) \Rightarrow \neg \exists_r \text{Adjacente}(r,s) \wedge \text{Poço}(r)$



# Construção da Base de Conhecimento

- (1)** Identificar a tarefa;
- (2)** Agregar conhecimento relevante;
- (3)** Definir um vocabulário de predicados, funções e constantes;
- (4)** Codificar o conhecimento geral sobre o domínio;
- (5)** Codificar uma descrição da instância específica do problema;
- (6)** Formular consultas ao procedimento de inferência e obter respostas;
- (7)** Depurar a base de conhecimento;

# Prolog

- O Prolog é uma linguagem de programação baseada em lógica de primeira ordem.
- Não é padronizada.
- Algumas implementações: SICStus Prolog, Borland Turbo Prolog, **SWI-Prolog**...
- Geralmente é interpretado, mas pode ser compilado.

# Leitura Complementar

- Russell, S. and Norvig, P. **Artificial Intelligence: a Modern Approach**, 3rd Edition, Prentice-Hall, 2009.
- **Capítulo 8: First-Order Logic**
- **Capítulo 9: Inference in First-Order Logic**

